THÉORIE DES JEUX ET STATISTIQUES SPORTIVES : L'ENSEIGNEMENT DU JEU DU PENALTY

Léo Gerville-Réache[1]

[1] Univ. Bordeaux, IMS, UMR 5218, F-33400, Talence, France
leo.gerville-reache@u-bordeaux.fr

Résumé. En partant de statistiques sur les penalties au football (Chiappori et al., 2002), cette communication revisite une proposition de cours introductif portant sur la modélisation des jeux 2x2 à travers la théorie des jeux non coopératifs, simultanés et à sommes constantes. De la construction d'une matrice des gains basée sur les statistiques de matchs à l'analyse mathématique et statistique du jeu, la problématique du penalty semble être un choix pertinent pour introduire les concepts de minimax et d'équilibre de Nash, tout en questionnant la rationalité des joueurs.

Mots-clés. Penalty, football, théorie des jeux, minimax, équilibre de Nash.

Abstract. Based on statistics on penalties in football (Chiappori et al., 2002), this paper revisits a proposal for an introductory course on modeling 2x2 games through the theory of non-cooperative, simultaneous, constant-sum games. From constructing a payoff matrix based on matches statistics to mathematical and statistical analysis of the game, the penalty dilemma appears to be a relevant choice for introducing the concepts of minimax and Nash equilibrium while questioning the rationality of players.

Keywords. Penalty, football, game theory, minimax, Nash equilibrium.

1 Introduction

En cherchant quelques instants sur le Web, vous trouverez sûrement quelques statistiques sur la fréquence moyenne de pénaltys par match de football. Il est seulement question de ceux réalisés sur fautes. En fonction des championnats nationaux, elle varie entre 0,23 et 0,45 ; la ligue 1 se situant autour de 0,36. Pour résumer, en ligue 1, on tire en moyenne un pénalty tous les 3 matchs. Si l'on regarde maintenant le pourcentage de buts marqués sur pénalty, il se situe autour de 75%. On peut lire, sur le journal « L'équipe » en ligne publié le 28 février 2019 : « *Sur les 91 000 pénaltys (dans le match) ou tirs au but étudiés, 75,49 % ont été victorieux, 17,57 % ont été repoussés par le gardien, 4,07 % ont raté le cadre, 2,87 % ont été renvoyés par la barre ou un montant*. »

Il n'y a clairement pas de situation de jeu qui donne une statistique aussi favorable à la possibilité de but. Pour autant, seuls 3 sur 4 seront marqués. Cette situation très particulière de jeu permet de s'interroger sur les choix optimaux du gardien et du tireur. Chiappori *et al.* en 2002 publient un article particulièrement intéressant sur l'analyse d'un grand ensemble de pénaltys (de la ligue 1 française et italienne sur 3 année) et son analyse via la théorie des jeux et l'équilibre de Nash. C'est la rationalité des gardiens et des tireurs qui est questionnée. Les auteurs étudient un jeu croisant 2 joueurs (gardien et tireur) et 3 choix : tirer à droite, gauche ou au centre (pour le tireur) et partir à droite, gauche ou au centre (pour le gardien).

Dans une approche pédagogique destinée à des étudiants en Staps (ou autre), la situation avec 3 choix est inutilement complexe (Gerville-Réache L. (2022)). L'approche 2x2 avec uniquement les choix « droite » et « gauche » pour le gardien et le tireur permet de pleinement introduire la théorie des jeux non coopératifs, simultanés, à sommes constantes (ou nulles). Les statistiques utilisées sont précisées dans les deux tableaux 1 et 2 suivants :

Tableau 1 : Pourcentage de buts marqués

Gardien	Tireur	
	Gauche	Droite
Gauche	60%	80%
Droite	90%	50%

Tableau 2 : Nombre de situations du jeu

Gardien	Tireur	
	Gauche	Droite
Gauche	117	95
Droite	85	75

On peut lire par exemple (tableau 1) que dans la situation où le gardien part à gauche et le tireur tire à droite, le but est marqué dans 80% des cas (il s'agit d'un pourcentage arrondi pour plus de simplicité). On comprend que, dans ce cas, les buts non marqués sont dus à des tirs non cadrés… Attention, lorsque que l'on parle de tir à gauche, il s'agit plus précisément d'un tir croisé. Même si le tireur est gaucher, un tir croisé sera aussi dit « tir à gauche ». On peut lire par exemple (tableau 2) que sur les 372 pénaltys recensés, 117 ont vu la situation gauche-gauche se réaliser.

2 Modélisation via la théorie des jeux

Ces deux tableaux de données vont nous suffire pour questionner la « rationalité » des joueurs. Mais pour cela, il va d'abord falloir définir le concept de matrice des gains et construire cette matrice.

Tableau 3 : Matrice des gains du jeu du pénalty

Tireur Gardien	Gauche	Droite
Gauche	6 4	8 2
Droite	9 1	5 5

Par exemple, la situation gauche-gauche du tableau 3 rapporte 6 points au tireur et 4 points au gardien. Dans le tableau 1 des pourcentages de buts marqués, on pouvait lire que dans cette situation, 60% des pénaltys produisaient un but (et donc 40% un « non-but »). La matrice des gains est la traduction (en théorie des jeux) des statistiques de buts. Nous pouvons maintenant étudier le « jeu du pénalty ».

Il est alors temps des présenter aux étudiants les concepts de stratégie pure, de stratégie mixte, d'espérance de gain et d'optimisation de l'espérance de gain… L'objectif étant de sensibiliser l'étudiant à cette théorie et d'aller au bout du problème : (1) avec quelles probabilités le tireur et le gardien doivent-ils choisir, par exemple « gauche » ? (2) les statistiques sont-elles en adéquation avec cette théorie ?

Afin de justifier la pertinence de cette approche pour une situation réelle de pénalty, c'est principalement la simultanéité des choix qui doit être discutée. Est-il raisonnable de considérer que les attitudes des gardiens et tireurs, les capacités à lire des trajectoires ou des intentions soient ignorées dans la modélisation ? C'est une question délicate mais il semble bien qu'à haut niveau, gardiens et tireurs fassent des choix aussi indépendants que possible de leurs perceptions ; « cela va trop vite… ». Aussi, assimiler un pénalty à un jeu à choix simultanés semble pertinent (c'est, en tous cas, le choix de Chiappori *et al.* (2002)). Avec cette considération, la probabilité de chaque situation (gauche-gauche, gauche-droite, droite-gauche et droite-droite) est simplement le produit des probabilités.

On note p_T la probabilité que le tireur tire à gauche et p_G la probabilité que le gardien parte à gauche (le « G » dans p_G est pour « Gardien » et pas pour « gauche »). Voici les deux espérances de gain (E_G pour le gardien et E_T pour le tireur) :

$$E_G = 4p_Gp_T + 2p_G(1-p_T) + 1(1-p_G)p_T + 5(1-p_G)(1-p_T)$$

$$E_T = 6p_Gp_T + 8p_G(1-p_T) + 9(1-p_G)p_T + 5(1-p_G)(1-p_T)$$

Pour une lecture claire, par exemple la situation gauche-gauche arrive avec probabilité p_Gp_T et le gain pour le gardien sera de 4 et de 6 pour le tireur. Ceci est bien conforme à la matrice des gains du tableau 3. On peut alors représenter, entre autres, la surface de l'espérance de gain du gardien en fonction des probabilités p_G et p_T (voir figure 1). On retrouve par exemple que si le gardien part à droite avec probabilité 1 et le tireur tire à gauche aussi avec probabilité 1, le gain du gardien sera de 1 (situation D|G).

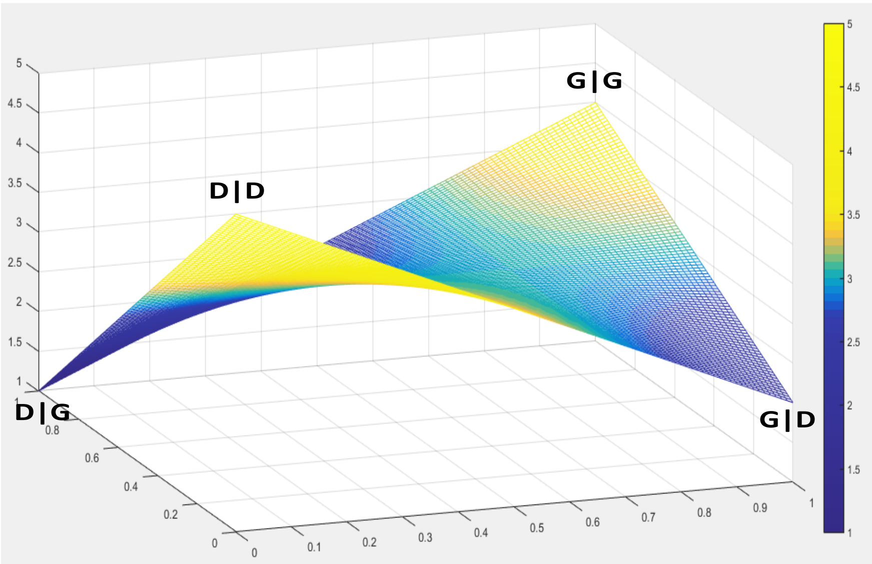

Figure 1 : Espérance de gain du gardien en fonction de p_G et p_T

On pourrait aussi représenter la surface de l'espérance de gain du tireur mais comme le jeu est à somme constante (c'est-à-dire que dans chaque situation, la somme totale des gains est la même, ici 10) les surfaces sont complémentaires.

Dans l'article de Chiappori *et al.* (2002), il est question d'équilibre de Nash. Il s'agit pour chacun des joueurs de trouver *la meilleure réponse possible à la stratégie de l'autre*. Mais au jeu du pénalty, qui est un jeu à somme constante, ce point d'équilibre est identique à celui qui résulte simplement de « l'indépendance au choix de l'autre ». C'est-à-dire qu'il suffit pour chacun des deux joueurs de déterminer avec quelle probabilité il doit (par exemple) jouer « gauche » pour que son espérance de gain ne dépende pas de la stratégie de l'autre joueur. En plus d'être mathématiquement plus simple à déterminer, cette approche ne fait aucune hypothèse préalable sur la rationalité des joueurs et sa connaissance commune (il s'agit donc de présenter davantage la théorie de Von-Neumann et Morgenstern que celle de Nash).

Plus intéressant encore, il est graphiquement assez simple de pressentir ces probabilités. Sur la figure 4, il semble que lorsque le gardien part à gauche avec probabilité 2/3, son espérance de gain ne varie plus en fonction de la stratégie du tireur. Réciproquement, lorsque le tireur tire à gauche avec probabilité 1/2, il semble alors que quoi que fasse le gardien, son espérance de gain ne varie pas non plus.

Vérifions avec l'équation de l'espérance de gain du gardien :

$$E_G = 4p_Gp_T + 2p_G(1-p_T) + 1(1-p_G)p_T + 5(1-p_G)(1-p_T)$$

Avec $p_G = 2/3$, quelle que soit p_T, voici ce que l'on obtient :

$$E_G = 8/3p_T + 4/3(1-p_T) + 1(1-2/3)p_T + 5(1-2/3)(1-p_T) = 3$$

Et, avec $p_T = 1/2$, quelle que soit p_G, on trouve également que $E_G = 3$.

Nous y voilà, en partant à gauche avec probabilité 2/3, le gardien se garantit, quelle que soit la stratégie du tireur, une espérance de gain de 3 (et donc le tireur aura une espérance de gain de 7). Réciproquement, le tireur tirant à gauche avec probabilité 1/2, celui-ci se garantit une espérance de 7, quelle que soit la stratégie du gardien (voir figure 2).

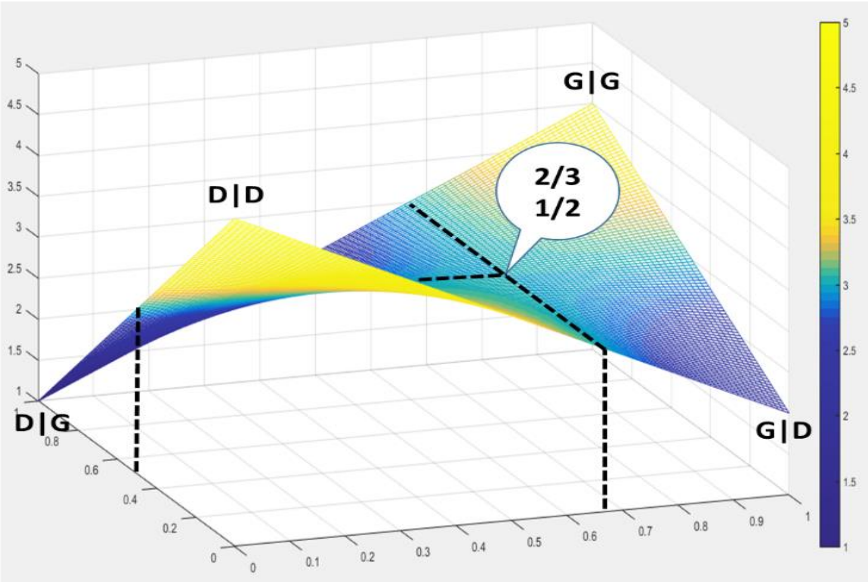

Figure 2 : probabilités remarquables

Il faut noter à ce stade que les joueurs cherchent bien à maximiser leurs espérances de gain mais que la seule option rationnelle réside dans la neutralisation de l'adversaire. Cette neutralisation garantit une espérance de gain constante minimax (ou maximin selon le point de vue).

3 Résultats

Nous avons la solution théorique du jeu. Maintenant, comparons-la aux statistiques de situations vues dans le tableau 2. La question est alors la suivante : idéalement, si gardien et tireur jouaient selon la théorie, à quoi ressemblerait le tableau de situations de 372 pénaltys ?

C'est particulièrement simple : par exemple, la situation gauche-gauche aurait une probabilité de 2/3 x ½ de se produire (soit 1/3). Idéalement, dans la case gauche-gauche, on aurait alors 124 fois la situation (1/3 x 372). Plus globalement, voici le tableau idéal théorique.

Tableau 4 : Nombre de situations théoriques du jeu

Gardien	Tireur	
	Gauche	Droite
Gauche	124	124
Droite	62	62

Maintenant il reste à comparer le tableau des observations avec le théorique pour voir si la différence (visible) est statistiquement significative. Pour cela, c'est un test du Khi-deux que l'on peut recommander. Ici la p-value vaut 0,000018. La différence entre les deux tableaux (l'observé et le théorique) est clairement significative. Cela signifie que les observations sont en désaccord avec la théorie. Il semble que les gardiens et/ou les tireurs ne suivent pas les recommandations de la théorie des jeux…

Dans l'article de Chiappori *et al.* (2002), la conclusion est différente et c'est l'occasion de revenir sur les éléments qui conduisent à un résultat significatif ou non. Dans l'étude originale, le choix est triple (avec la question du tir au centre) alors que dans l'adaptation pédagogique, la situation centrale a été retirée. De plus, les statistiques de la situation pédagogique ont été arrondies pour produire des calculs plus simples et une solution numérique tout aussi simple. Aussi, les p-values et les conclusions ne sont pas directement comparables et ne sont pas contradictoires.

4 Conclusion

L'analyse du jeu du penalty permet de mêler des statistiques sur les choix de gardiens et tireurs avec des statistiques de réussites et d'échecs. La matrice des gains qui peut être construite provient alors d'une réalité statistique qui encre le problème du penalty dans la réalité sportive. En sport, il existe bien d'autres situations où la théorie des jeux 2x2 ou 3x3 reste un outil de réflexion et d'analyse pertinent. La question du service au tennis est un exemple d'application classique mais certains chercheurs travaillent sur des jeux originaux pour mettre les sportifs ou des équipes dans des situations de dilemmes. Par exemple Dugas E, Collard L. (2009) propose une situation de jeu de ballon expérimentale avec la matrice des gains suivante :

Tableau 5 : Matrice des gains (Dugas E, Collard L. (2009))

		Équipe B	
		ballon de HB	ballon de GR
Équipe A	ballon de HB	{2,3}	{3,1}
	ballon de GR	{4,2}	{1,4}

Bibliographie

Chiappori P.-A., Levt S., Groseclose T. (2002), *Testing Mixed-Strategy Equilibria When Players are Heterogene: The case of Penalty Kicks in Soccer*, American Economic Review (vol. 92), pp. 1138-1151.

Dugas E, Collard L. (2009), *Les sportifs et les interactions stratégiques sous l'angle de la théorie des jeux expérimentale*, Les Cahiers Internationaux de Psychologie Sociale (Numéro 81), pp. 7-24.

Gerville-Réache L. (2022), Statistique et traitement des données : du recueil à l'interprétation, *Edition Ellipses, collection Objectif STAPS*, 228p.