

# UNE POLITIQUE D'INSPECTIONS ET DE REMPLACEMENTS POUR UN MODÈLE DE DÉGRADATION AVEC EFFETS DE MAINTENANCE PARTIELS

Margaux Leroy <sup>1</sup> Christophe Bérenguer <sup>2</sup> Laurent Doyen <sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Université Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, Gipsa-LAB, LJK  
margaux.leroy@univ-grenoble-alpes.fr*

<sup>2</sup> *Université Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, Gipsa-LAB,  
christophe.berenguer@grenoble-inp.fr*

<sup>3</sup> *Université Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, LJK,  
laurent.doyen@univ-grenoble-alpes.fr*

**Résumé.** Ce papier se concentre sur l'optimisation de la modélisation de coût d'une politique de maintenance, initialement basée sur un modèle de dégradation construit à partir de deux processus de Wiener dépendants avec des effets de maintenance partiels. La politique de maintenance proposée implique des inspections, des réparations (ou maintenances imparfaites) et des remplacements dits "AGAN" (As-Good-As-New). Le temps d'inter-inspection et le seuil de remplacement préventif sont optimisés en minimisant le coût de maintenance asymptotique par unité de temps. Ce coût est déterminé en utilisant les propriétés de renouvellement Markovien du processus de dégradation sur le système maintenu. Deux méthodes sont envisagées pour calculer et minimiser le coût asymptotique par unité de temps et obtenir la politique de maintenance optimale.

**Mots-clés.** Processus stochastique, processus de Wiener, modèle de dégradation, maintenances imparfaites, politique de maintenance, optimisation de coût

**Abstract.** This paper focuses on optimizing the cost modeling of a maintenance policy, initially based on a degradation model built from two dependent Wiener processes with partial maintenance effects. The proposed maintenance policy involves inspections, imperfect repairs, and so-called "AGAN" (As-Good-As-New) replacements. The inter-inspection time and the preventive replacement threshold are optimized by minimizing the asymptotic maintenance cost per time unit. This cost is determined using the Markov renewal properties of the degradation process on the maintained system. Two methods are considered to assess and minimize the asymptotic cost per time unit and derive the optimal maintenance policy.

**Keywords.** Stochastic process, degradation model, imperfect maintenance, maintenance policy, cost optimization

# 1 Modélisation de la dégradation en présence de maintenances

Le modèle de dégradation étudié est construit à partir de deux processus de Wiener dépendants  $X^U = \{X^U(t)\}_{t \geq 0}$  et  $X^M = \{X^M(t)\}_{t \geq 0}$ . Cette dégradation est altérée par divers types d'actions de maintenance : des inspections, des réparations imparfaites et des remplacements dits "AGAN" (As-Good-As-New), en ce sens qu'après chaque remplacement le système est comme neuf et la dégradation retombe à son état initial. Entre deux maintenances, la dégradation évolue en tant que  $\{X^S(t)\}_{t \geq 0}$ , somme de ces deux processus, telle que  $X^S(t) = X^U(t) + X^M(t)$ . Aux instants de réparation imparfaites, seul le processus  $X^M$  est affecté par l'effet de la maintenance (Leroy et al. 2024). Cet effet partiel est immédiat et de type  $ARD_1$  (Mercier and Castro, 2019) : le niveau de dégradation est réduit proportionnellement à la dégradation accumulée sur le processus maintenu depuis la dernière maintenance.

La dégradation du système est inspectée périodiquement avant chaque réparation. Les instants de maintenance sont notés  $\{\tau_j\}_{j \geq 0}$  et  $\tau_0 = 0$ . La période entre deux inspections est notée  $\tilde{\tau}$ , telle que  $\tau_j = j\tilde{\tau}$ .  $Y(t)$  exprime le niveau de dégradation à l'instant  $t$  et  $Y(\tau_j^-)$ , resp.  $Y(\tau_j^+)$ , représente le niveau de dégradation juste avant, resp. juste après, la  $j^{ième}$  maintenance. A la suite d'une réparation imparfaite, le niveau de dégradation équivaut à :  $Y(\tau_j^+) = X^S(\tau_j) - \rho X^M(\tau_{j-1})$ ,  $\forall j \geq 1$ , où  $\rho \in [0, 1]$  représente le paramètre d'efficacité de la maintenance.

## 2 Hypothèses de maintenance

Le niveau de dégradation inspecté juste avant chaque maintenance,  $Y(\tau_j^-)$ , détermine la nature de l'intervention : réparation imparfaite ou remplacement, tous deux réalisés instantanément.  $M$  représente le seuil de remplacement préventif et  $L$  le seuil de remplacement correctif. Comme illustré sur la Figure 1, pour chaque intervalle  $[\tau_{j-1}, \tau_j]$ , la décision du type de maintenance s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- S'il existe  $t \in [\tau_{j-1}, \tau_j[$  tel que  $Y(t) > L$ , alors une panne du système survient au temps  $t$  lorsque la dégradation dépasse pour la première fois le seuil  $L$ , entraînant une indisponibilité temporaire du système. Lors du prochain instant de maintenance, l'ensemble du système est soumis à un remplacement correctif, le niveau de dégradation retombe donc à zéro:  $Y(\tau_j^+) = 0$ . Si la dégradation ne dépasse pas le seuil  $L$  entre deux instants d'inspection, alors soit un remplacement préventif soit une réparation imparfaite est effectué sur le système.
- Si  $Y(\tau_j^-) < M$ , une réparation imparfaite est réalisée.
- Si  $M \leq Y(\tau_j^-) \leq L$ , un remplacement préventif est effectué sur l'intégralité du système, initiant un nouveau cycle de vie tel que  $Y(\tau_j^+) = 0$ .

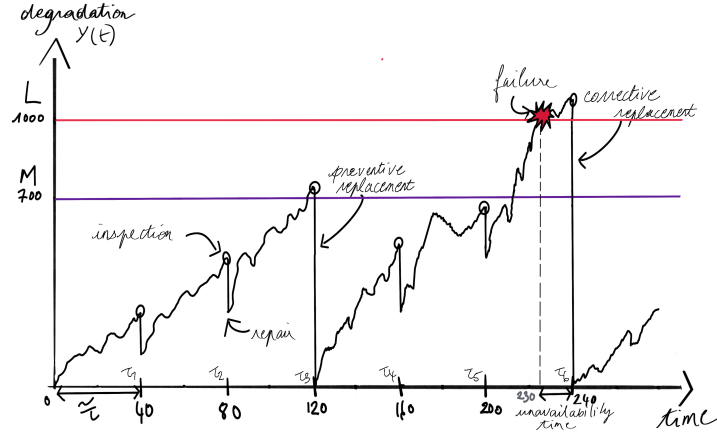


Figure 1: Schéma représentant l'évolution de la dégradation  $Y(t)$  d'un système soumis à différents types de maintenance

Les variables de décision étudiées pour la politique de maintenance envisagée sont la période d'inter-inspection ( $\tilde{\tau}$ ) et le seuil de remplacement préventif  $M$ .

### 3 Optimisation de la politique de maintenance ( $\tilde{\tau}, M$ )

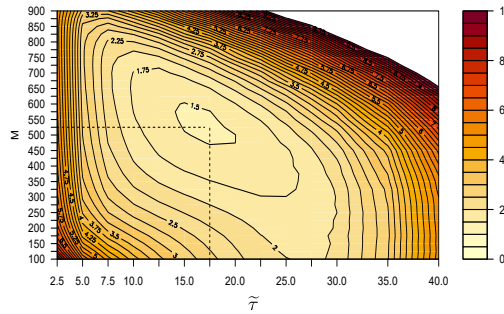


Figure 2: Optimisation de la politique de maintenance ( $\tilde{\tau}, M$ ) en minimisant le coût asymptotique par unité de temps

Chaque opération de maintenance engendre un coût spécifique. La politique de maintenance optimale  $(\tilde{\tau}^*, M^*)$  est déterminée en minimisant le coût asymptotique par unité de temps. La difficulté d'exprimer analytiquement le coût asymptotique par unité de temps peut être appréhendée en considérant le processus de dégradation  $\{Y(t)\}_{t \geq 0}$  comme un processus de renouvellement Markovien (Cocozza-Thivent 2000). En effet, après chaque remplacement, la dégradation redémarre de zéro et le processus qui suit ne dépend pas des événements antérieurs à ce remplacement. Ainsi, le théorème de renouvellement peut s'appliquer et optimiser le coût asymptotique par unité de temps revient à optimiser l'espérance du coût sur un cycle (entre deux remplacements) divisé par l'espérance d'un cycle.

Une approche alternative consiste à optimiser le coût asymptotique par unité de temps entre deux inspections (Cocozza-Thivent, 2000, Grall and al. 2002, Corset and al. 2022). Sur  $[0, \tilde{\tau}]$ ,  $Y(\tilde{\tau}^-)$ , le niveau de dégradation en  $\tilde{\tau}$  juste avant que la maintenance ne soit réalisée, ne dépend que de  $Y_0$ , le niveau de dégradation à l'état présent, dont la loi est stationnaire. Le processus de dégradation  $\{Y(t)\}_{t \geq 0}$  peut alors être décrit comme un processus de Markov semi-régénératif entre deux inspections. Ainsi, une mesure stationnaire  $\pi$  peut être appliquée à la chaîne de Markov  $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sur l'espace d'état continu  $\mathbb{R}$ , où  $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  représente les niveaux de dégradation juste après chaque action de maintenance (réparation imparfaite ou remplacement), tel que  $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}} = Y(\tau_j^+)_{j \geq 1}$ . D'après (Cocozza-Thivent, 2000), le coût asymptotique par unité de temps est alors égal à l'espérance du coût calculé sur  $[0, \tilde{\tau}]$  sous la mesure stationnaire, divisé par  $\tilde{\tau}$ . On peut ainsi de nouveau évaluer et minimiser ce coût asymptotique pour obtenir une politique optimale de maintenance en fonction des variables de décision  $(\tilde{\tau}, M)$ .

Ces deux approches sont utilisées dans la détermination de la politique de maintenance optimale  $(\tilde{\tau}^*, M^*)$  et leur efficacité est comparée. Par ailleurs, l'influence des paramètres du modèle et des coefficients de coût sur cette politique optimale est également étudiée.

## Bibliographie

Cocozza-Thivent C., 2000, Convergence de fonctionnelles de processus semi-régénératifs, Prépublications de l'Université Marne la Vallée, no. 2/2000.

Corset F., Fouladirad M., Paroissin C., 2022, Imperfect condition-based maintenance for a gamma degradation process in presence of unknown parameters, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability.

Grall A, Bérenguer C., Dieulle L., 2002, A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems, Reliability Engineering & System Safety 76, no 2.

Leroy M., Bérenguer C., Doyen L., Gaudoin O., 2024 (in press), Modelling and inference for a degradation process with partial maintenance effects.

Mercier S., Castro I.T., 2019, Stochastic comparison of imperfect maintenance models for a Gamma deteriorating system. European Journal of Operational Research , no. 1, 237-248.